AN EINEN UNBEKANNTEN ZWEITKORREKTOR

FRANZ LEMMERMEYER

Werther Herr Zweitkorrektor!

Entschuldigen Sie bitte die etwas seltsame Orthographie in der Anrede, aber einerseits wollte ich nicht "Werter" schreiben, weil das gelogen wäre, und andererseits verstehen Sie die Anspielung auf Goethe sowieso nicht.

Meine erste Reaktion beim Blick auf die Ergebnisse der Zweitkorrektur war "Das ist nicht meine Klasse", war doch der Schnitt von 8,1 Punkten auf 5,7 gefallen. Beim genauen Studium Ihrer Korrektur habe ich dann zu verstehen begonnen, warum das Schulfach Mathematik den Ruf hat, den es hat.

1. Schreibweise

Die Schreibweise $1/\pi$, schreiben Sie, ist mathematisch nicht korrekt, und muss in der Form $\frac{1}{\pi}$ geschrieben werden. Im Prinzip finde ich es durchaus richtig, nicht dem modernen Relativismus nachzueifern, den vor allem Schweizer Didaktiker predigen, und wonach "falsche" Lösungen in der Mathematik nicht wirklich falsch sind, sondern nur ungewöhnlichen Regeln gehorchen. Auf der andern Seite ist es aber so, dass Tausende von Autoren seit Erfindung des Buchdrucks, aus Gründen der besseren Lesbarkeit oft $e^{2\pi i/n}$ statt $e^{\frac{2\pi i}{n}}$ geschrieben, und mir ist keine einzige Besprechung auch nur eines Buchs bekannt, in welchem diese gängige Praxis als inkorrekt hingestellt wurde. Da ich nachher ohnehin noch das Buch *Vektorgeometrie* (H. Bachmann, Diesterweg 1972) zitieren werde, kann ich es auch gleich heranziehen: auf Seite 275 steht dort der Ausdruck $1/\sqrt{5}$, und zwar gleich mehrmals!

Weiter haben Sie es manchen Schülerinnen angekreidet, wenn die "Koordinatenstriche", wie Sie sie zu benennen belieben, nicht, wie es sich gehört, "senkrecht" geschrieben wurden, sondern etwa so: $(4\,/\,5\,/\,7)$. Haben Sie das Buch von Herrn Bachmann noch zur Hand? Schlagen Sie es irgendwo auf und kucken Sie mal, wie dort die Koordinaten geschrieben sind. Damit nicht genug: außerhalb der Schule werden Koordinaten strichfrei geschrieben, etwa in der Form $(4, 5, 7)$.

Nun ja – letztes Jahr hatte ich einen Zweitkorrektor, der bemängelt hat, die Schreibweise $P = (2|1)$ sei inkorrekt, weil das Gleichheitszeichen da nicht hingehöre, und dass es richtig $P(2|1)$ heißen müsse. Ich frage mich da immer, woher diese Leute (war das mal einer Ihrer Schüler?) ihre Weisheiten beziehen. Vermutlich gibt es irgendwo einen Mathematiklehrerduden, von dem mir niemand etwas gesagt hat. Was mich wirklich interessieren würde: wenn es diesen Mathematiklehrerduden in der Tat gibt, was sagt er denn zum zulässigen Neigungswinkel von Koordinaten- und Bruchstrichen? Ab welcher Abweichung von 90° bzw. 0° wird die Schreibweise denn falsch?

2. Parameter

Eine Geradengleichung der Form

$$\vec{x} = \binom{1}{2} + t\binom{0}{1}$$

ist, wie ich bei Ihnen gelernt habe, "*uv*", was soviel heißt wie "unvollständig". Vollständig hätte es so heißen müssen:

$$\vec{x} = \binom{1}{2} + t\binom{0}{1} \quad \text{mit} \quad t \in \mathbb{R}.$$

Kennen Sie die Redewendung "päpstlicher als der Papst"? Nein? Aber die mit dem Glashaus und den Steinen? Auch nicht? Sei's drum. Dann versuch' ich mal, es Ihnen so zu erklären: wenn es in Aufgabe 7 des Pflichtteils heißt, dass die Ebene

$$E_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

gegeben ist, dann legt das doch nahe, dass diese Schreibweise vom Regierungspräsidium sozusagen geadelt wurde. Da kann doch kein Oberstudienrat aus Heuchlingen kommen und behaupten wollen, dass es ein Fehler sei, wenn Schüler das machen, was die Aufgabensteller auch tun. Oder liegt es daran, dass der Mathematiklehrerduden die Parameterpflicht nur für Geraden eingeführt hat? Ich sehe den Merksatz, den Sie Ihren Schülern jährlich diktieren, förmlich vor mir:

> Eine Geradengleichung in Parameterform ist nur dann vollständig, wenn angegeben wird, welche Zahlen der Parameter durchläuft. Diese Angabe darf bei Ebenen oder bei Geraden in Koordinatenform entfallen, weil sie sich dort von selbst versteht.

Hab' ich Ebenen geschrieben? Ich meinte natürlich Ebenengleichungen.

Die Aufgabe 5 des Pflichtteils begann übrigens so:

> *Eine Funktion f hat folgende Eigenschaften:*
> (1) $f(2) = 1$
> (2) $f'(2) = 0$
> (3) $f''(4) = 0$ *und* $f'''(4) \neq 0$
> (4) *Für* $x \to +\infty$ *und* $x \to -\infty$ *gilt:* $f(x) \to 5$.

usw.; ich darf wohl annehmen, dass Sie sich beim Regierungspräsidium beschwert haben, dass diese Aufgabenstellung unvollständig ist, weil es "vollständig" ja wohl so hätte heißen müssen:

> *Eine auf ganz $\mathbb{R}$ definierte mindestens dreimal differenzierbare Funktion f hat folgende Eigenschaften*

usw. Haben Sie nicht? Weil Sie als Radfahrer nur nach unten treten, aber nach oben buckeln? Ich kann nicht sagen, dass mich das überrascht.

3. Die Produktregel

Generationen von Schülern kennen die Produktregel in der Form $(uv)' = u'v + uv'$, und so steht sie als Merkregel im Lambacher-Schweizer. Wenn eine Schülerin daher die Funktion $f(x) = (2x^2 + 5) \cdot e^{-2x}$ ableitet, könnte sie ja auf den Gedanken kommen, $u = 2x^2 + 5$ und $v = e^{-2x}$ zu setzen. Allerdings ist das, wie Sie – wie immer völlig korrekt – schreiben, falsch. Richtig muss es nämlich heißen: $u(x) = 2x^2 + 5$ und $v(x) = e^{-2x}$. So ist's recht. Wenn man stattdessen aber die Gleichung $2e^x - \frac{4}{e^x} = 0$ zu lösen hat, ist die Substitution $u = e^x$ anscheinend in Ordnung, da sie unbeanstandet blieb. Denkbar ist aber auch, dass Sie das übersehen haben (nicht wirklich – war nur ein Witz!), oder dass Sie sich ein paar Fiesheiten für den nächsten Jahrgang aufheben wollen. Warum allerdings der Drittkorrektor an dieser Stelle Ihrem Beispiel gefolgt ist, verstehe ich nicht ganz.

Wenn ich's aber recht bedenke, kommen mir doch Zweifel: darf man Geradengleichungen immer noch in der Form $y = mx+b$ schreiben, oder ist das auch falsch, weil es richtig $y(x) = mx + b$ heißen müsste? Auch bei der Parameterdarstellung von Geraden steht links $\vec{x}$ und nicht etwa $\vec{x}(t)$; darf man das überhaupt? Müssen Schüler künftig die Formel für den Flächeninhalt eines Kreises mit $A(r) = \pi r^2$ hinschreiben, um die volle Punktzahl zu bekommen, und wäre es nicht noch genauer, $A(\pi, r)$ zu schreiben, um auch noch π als Funktion der Raumkrümmung als Veränderliche kenntlich zu machen? Wo ist der Mathematiklehrerduden, wenn man ihn mal braucht?

Ebenfalls sehenswert, wie Sie eine andere Schülerin abkanzelten, die Aufgabe 1 so löste:

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2+5)e^{-2x} \\ f'(x) &= 0(2x^2+5)^0 \cdot 4xe^{-2x} + (2x^2+5)(-2e^{-2x}) \\ f'(x) &= 4xe^{-2x} - (2x^2+5) \cdot 2e^{-2x} \end{aligned}$$

Natürlich hat sich die Schülerin mit der 0 am Beginn der zweiten Zeile verschrieben, wie man unschwer an der Tatsache ablesen kann, dass sie die Potenzregel kennt, da sie $2x^2$ korrekt abgeleitet hat, und daran, dass die dritte Zeile auch richtig gerechnet wurde.

Sie dagegen bezeichnen die 0 in der zweiten Zeile als ersten Denkfehler und die dritte Zeile als zweiten Denkfehler, weil sie nicht aus der zweiten folgt. So kann man's natürlich auch sehen, und die hier angewandte Technik darf man auch an andern Stellen bewundern: wenn eine Schülerin erst schreibt, eine quadratische Gleichung habe zwei Lösungen und dann zwei Zeilen später präzisiert, sie habe maximal zwei Lösungen, dann sind das gleich zwei Fehler: die erste Aussage ist falsch (jedenfalls im Reellen), und die zweite steht im Widerspruch zur ersten.

4. Gleichungen Lösen

Interessieren würde mich auch, ob Sie die Aufgabenstellung der Aufgabe 3 (Pflichtteil) für korrekt halten:

Lösen Sie die Gleichung $2e^x - \frac{4}{e^x} = 0$.

Kennen Sie den Witz über eine mündliche Vordiplomsprüfung?
Prüfer: "Nennen Sie mir die allgemeine Form eines Polynoms 4. Grades."
Kandidat: "$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$."
P.: "Falsch."
K.: "$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, wobei e nicht die Eulersche Zahl ist."
P.: "Immer noch Falsch."
K.: "$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, wobei e nicht notwendig die Eulersche Zahl ist."

Sehen Sie: es gibt Konventionen in der Mathematik, die es einem erlauben, sich manchmal etwas kürzer auszudrücken. Diese Sache funktioniert gut, solange es nicht Leute gibt, die sich bemühen, alles misszuverstehen, was man missverstehen kann.

Im vorliegenden Fall hätten Sie, wenn es denn eine Schülerin geschrieben hätte, zu recht moniert, dass weder gesagt ist, was der Buchstabe e bedeutet, noch – und das ist hier wirklich wichtig – in welchem Definitionsbereich die Gleichung gelöst werden soll. Schließlich hat die Gleichung in $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$ keine Lösung (die erste Behauptung können Sie nachrechnen, die zweite müssen Sie mir glauben), im reellen eine, und in den komplexen Zahlen unendlich viele. Natürlich weiß ein Schüler, dass hier reelle Lösungen gesucht sind, weswegen die Präzisierung des Definitionsbereichs wohl wegfallen kann; es hat mich fast überrascht zu sehen, dass Sie nicht einmal dann den fehlenden Definitionsbereich angemahnt haben, als Schüler die Aufgabe abgeschrieben haben – mir scheint das etwas inkonsequent zu sein, denn schließlich *kann* man die Aufgabe missverstehen. Kann man nicht? Weil es komplexe Zahlen nicht gibt? Da haben Sie natürlich auch wieder recht.

Nun zur Lösung der Aufgabe. Bringt man die Gleichung auf die Form $e^{2x} = 2$, ergibt sich $x = \frac{1}{2}\ln 2$ als Lösung. Schreibt man dagegen $(e^x)^2 = 2$, ergibt sich nach einer Fallunterscheidung $x = \ln\sqrt{2}$, was dasselbe ist. Stellt man sich noch etwas umständlicher an, erhält man dagegen $x = \ln(\sqrt{32}/4)$. Ich meine natürlich $x = \ln(\frac{\sqrt{32}}{4})$.

Dieses Ergebnis ist nun aber nicht richtig (oder, wie Sie zu sagen pflegen, die Lösung ist “*uv*”), obwohl es die gleiche ist wie die andern beiden, weil, wie Sie sagen, der “Bruch nicht gekürzt” ist. Das ist, wie ich finde, etwas unglückich formuliert, wussten doch schon die alten Griechen, dass $\frac{\sqrt{32}}{4}$ gar kein Bruch ist, weil $\sqrt{32}$ und 4, wie sie sagten, “inkommensurabel” sind. Bruchzahlen, so ist es in der Mathematik und sogar in der Schulmathematik üblich, sind Quotienten von *ganzen* Zahlen, wie etwa $\frac{8}{12}$. Solche Brüche kann man bisweilen kürzen, manchmal auch nicht.

Dagegen kann man $\frac{\sqrt{32}}{4}$ nicht kürzen, sondern man kann diese Zahl in einer andern Form schreiben. So ist, das werden Sie gemeint haben, $\frac{\sqrt{32}}{4} = \frac{\sqrt{8}}{2} = \sqrt{2}$. Natürlich ist die letzte Schreibweise die einfachste; die erste hat dagegen den Vorteil, dass man sofort sieht, dass diese Zahl zwischen $\frac{\sqrt{25}}{4} = \frac{5}{4}$ und $\frac{\sqrt{36}}{4} = \frac{3}{2}$ liegt.

Hätte die Aufgabe geheißen “Prüfen Sie, ob $x = \ln\sqrt{2}$ eine Lösung der Gleichung $2e^x - \frac{4}{e^x} = 0$ ist”, dann wäre eine Lösung, die mit $x = \ln\frac{\sqrt{32}}{4}$ endet, in der Tat *uv*. Mein Problem mit Ihrer Korinthenkackerei ist aber, dass das nicht die Aufgabe war. Gesucht war die (reelle) Lösung der Gleichung, und die ist $x = \ln\frac{\sqrt{32}}{4} = \frac{1}{2}\ln 2$.

Bei allen 11 Schülerinnen (von 23), deren Zweitkorrekturnote mehr als 2 Notenpunkte unterhalb von meiner lag, hat der Drittkorrektor diesen Punktabzug (so wie viele andere auch) wieder zurückgenommen. Bei allen, die Sie 2 Notenpunkte schlechter bewertet haben, ist der Punktabzug gültig geblieben.

5. Graphen und Funktionen

Ich nehme an, dass Sie zu wissen glauben, was eine Funktion ist und was ihr Schaubild. Eine Funktion ist durch einen “analytischen Ausdruck” gegeben, wie z.B. $f(x) = x^2 - 5$, und ihr Schaubild ist das, was man auf ein Blatt Papier zeichnet, wenn man diese Funktion darstellt. Das ist eine relativ gesunde Einstellung, die in der Mathematik bis ins frühe 18. Jahrhundert durchaus üblich war. Allerdings hat man sich später von dieser doch etwas kindergartenmäßigen Vorstellung lösen müssen, zum einen, weil diese Vorstellung einfach nicht präzise genug war, zum andern, weil die Entwicklung der Analysis weit allgemeinere Funktionen erforderlich machte.

Heutzutage ist die weitaus gebräuchlichste Definition einer Funktion $f : D \longrightarrow Z$ einer Menge D in eine Menge Z die einer bestimmten Relation. Man identifiziert f mit der Menge aller Punkte $(x, y) \in D \times Z$ im kartesischen Produkt von D und Z, wobei diese Punkte die Eigenschaft erfüllen sollen, dass es zu jedem $x \in D$ genau ein $y \in Z$ gibt, sodass (x, y) in dieser Menge liegt. Das können Sie in jedem guten Buch zur Analysis nachlesen, oder, wenn Sie keines kennen, auch auf wikipedia.

Wenn Sie diese Definition verstanden haben sollten, werden Sie sagen: "Aber das ist ja die Definition des Graphen von f?". Das hätte ich nicht besser sagen können. Identifiziert man also, wie man das in der richtigen Mathematik macht, eine Funktion mit der oben definierten Teilmenge von $D \times Z$, dann bedeutet $f(2) = 1$ nichts anderes, als dass der Punkt $(2, 1)$ (oder, für Sie in die Schulmathematik übersetzt, der Punkt $(2|1)$) ein Element der Funktion f ist. Wie Sie sehen können ist daher die Aussage, die Funktion f habe einen Tiefpunkt in $(2|1)$, ebenso genau wie diejenige, dass der Graph von f einen Tiefpunkt in $(2|1)$ hat. Funktionen und ihre Graphen haben meine Schülerinnen also nicht verwechselt; vielmehr sind sie Ihnen in diesem Punkt nur etwas voraus.

6. Schaubilder-Diskussion

Bei der Aufgabe 5 sind Sie, wie ich sehen durfte, zu Höchstform aufgelaufen. Wenn eine Schülerin dort schrieb, dass "die Funktion die waagrechte Asymptote $y = 5$ besitzt", dann hat sie, sagen Sie, Graph und Funktion verwechselt. Lambacher-Schweizer hält sich in der "Definition" der Asymptote, wenn man das Geschreibsel als solche zu interpretieren beliebt, vornehm zurück und spricht nur von Asymptoten, nicht davon, ob die Asymptote die Asymptote der Funktion oder ihres Schaubilds ist (oder ob die Asymptote auch eine Funktion oder etwa das Schaubild einer solchen ist – was sagt denn der Duden da dazu?). Nun ist $y = 5$ ja eine Geradengleichung; kann dann die Funktion $y = 5$ eigentlich die Asymptote eines Schaubilds sein? Oder muss man nicht richtigerweise schreiben "Das Schaubild der Geraden $y = 5$ ist die Asymptote des Schaubilds der Funktion f"?

Die Behauptung, $f(2) = 1$ bedeute, dass die Funktion f an der Stelle $x = 2$ den y-Wert 1 hat, haben Sie als Denkfehler klassifiziert, weil diese Aussage, da haben Sie recht, keine Aussage über den Graphen von f ist wie in der Aufgabe verlangt, jedenfalls wenn man die Kindergartendefinition einer Funktion zugrunde legt.

Bei der Deutung von $f'(2) = 0$ schrieb dieselbe Schülerin

> *Es heißt, dass die Funktion $f(x)$ an der Stelle $x = 2$ ein Extremum besitzt ($\to$ Maximum, Minimum oder Sattelpunkt).*

Hier hätte statt Extremum etwa "kritischer Punkt" stehen sollen, oder "Punkt mit waagrechter Tangente", wobei letzteres schon wieder gefährlich ist, weil Sie sich es sicherlich nicht hätten entgehen lassen zu bemerken, dass Punkte keine Tangenten haben. Wer der deutschen Sprache aber ansatzweise mächtig ist, wird wohl gesehen haben, dass die Schülerin in der Klammer präzisiert, was sie mit "Extremum" meint, nämlich ein Maximum, ein Minimum oder einen Sattelpunkt. Selbstverständlich haben Sie es vorgezogen, das ganze als Denkfehler anzusehen, weil, wie Sie korrekt geschrieben haben, ein Sattelpunkt kein Extrempunkt ist. An dieser Stelle war sogar der Drittkorrektor Ihrer Meinung, und hat der (korrekten) Zeichnung einen Denkfehler attestiert, weil die Schülerin in $x = 2$ keinen Tiefpunkt (wie in der Musterlösung angegeben) gezeichnet hat, sondern einen Sattelpunkt. Das ist jetzt doppelt doof, denn im Text der Beschreibung wurde kritisiert, dass dort "Extremum" stand und nicht "Extremum oder Sattelpunkt", und wenn jetzt in der Zeichnung ein Sattelpunkt steht und kein Extremum, dann ist's auch wieder falsch. Some catch, that catch 22.

Wie ich eben sehe, habe ich oben Mist geschrieben; dank Ihrer Mithilfe weiß ich inzwischen, dass man fein säuberlich zwischen Tiefpunkt und Minimum unterscheiden muss, weil ein Minimum kein Tiefpunkt ist. Das haben die Schülerinnen auch im Wahlteil zu spüren bekommen, wenn Sie geschrieben haben, sie würden das Maximum von $r'(t)$ bestimmen, dann aber tatsächlich den ganzen Hochpunkt bestimmt haben und nicht nur den maximalen Funktionswert. Ebenso ist die Angabe der Nullstelle $N(-1|0)$ falsch, da eine Nullstelle die x-Koordinate des Schnittpunkts $N_1(-1|0)$ mit der x-Achse ist, und die Sachen muss man schon deswegen auseinander halten, weil der GTR (jedenfalls unser TI-84 plus) das auch tut: der kann nämlich die Nullstelle der Funktion $f(x) = x^2$ ausrechnen, aber mangels Vorzeichenwechsel nicht den Schnittpunkt von f mit der x-Achse $y = 0$.

Die Behauptung der Schülerin, "$f''(4) = 0$ und $f'''(4) \neq 0$" bedeute, dass die Funktion f an der Stelle $x = 4$ eine Wendestelle besitzt", hat sich gar 3 Denkfehler verdient: "die Funktion" hätte "das Schaubild" heißen müssen, an "der Stelle" $x = 4$ ist ebenfalls ein Denkfehler, obwohl ich nicht weiß warum, und Wende*stelle* ist natürlich auch einer, vermutlich weil eine Wendestelle kein Wendepunkt ist, denn sonst würde die Wendestelle ja Wendepunkt heißen und nicht Wendestelle. Denkbar ist natürlich auch, dass es zwar Extremstellen, aber keine Wendestellen gibt. Ohne den Mathematiklehrerduden werde ich das wohl nie herausfinden.

7. Integrale

In unserem Wahlteil war an einer Stelle die Gleichung $\int_0^x f(t)\,dt = 5000$ zu lösen; Schülerinnen, die mit *Ausprobieren liefert* $t \approx 2,46$ daherkamen, hatten Pech, weil dies, so Sie, *unpräzises Vorgehen* sei. Der Lösungsvorschlag dagegen erklärt uns, dass die korrekte Antwort *"Nach etwa 2,5 Stunden befinden sich 5000 Liter im Tank"* heißt.

Bei Schülerinnen, die einfach "GTR liefert" statt "Ausprobieren liefert" geschrieben haben, gab's keinen Abzug. Überhaupt wirft die Frage nach dem Erlaubtsein von Probieren philosophische Fragen auf: wenn es einer Schülerin verboten ist, Gleichungen durch Ausprobieren zu lösen, also durch das Berechnen von hinreichend vielen Funktionswerten in der Nähe einer Nullstelle, warum ist es dann korrekt, wenn sie mit dem GTR einen Schnittpunkt der Stammfunktion mit einer anderen Funktion berechnet? Der GTR macht das ja, indem er hinreichend viele Funktionswerte in der Nähe einer Nullstelle berechnet, d.h. er probiert so lange mit regula falsi und Newton herum, bis er eine hinreichend genaue Lösung gefunden hat. Genau dasselbe, nur mit weniger Aufwand und etwas schneller (der GTR braucht für die Stammfunktion wegen der Summierung von vielen Funktionswerten eine halbe Ewigkeit), hat die Schülerin beim "Ausprobieren" auch getan. Quod licet Iovi?

Mit Integralen ist das auch so eine Sache. Wenn eine Schülerin den Inhalt eines Tanks nach 3 Stunden berechnet, indem Sie die stündlichen Änderunsraten addiert, dann ist das Ergebnis um so ungenauer, um so mehr sich die Funktion ändert. Natürlich, da haben Sie recht, ist ein Integral keine Summe, und insofern ist das Ergebnis nicht, wie ich gemeint habe, ungenau, sondern ein Denkfehler. Einen solchen Denkfehler müsste man dem GTR eigentlich auch vorwerfen, denn der berechnet Integrale nicht mittels der Stammfunktion, sondern durch Aufsummieren von Funktionswerten. Aber das ist vermutlich wieder ein Fall von "non licet bovi".

Auf der andern Seite habe ich im Abitur des hin und wiederen Aufgaben gesehen, in denen wöchentliche Verkaufszahlen durch eine Funktion modelliert wurden und dann die Anzahl der in den ersten 20 Wochen verkauften Modelle durch das entsprechende Integral ersetzt wurde. Wer erklärt meinen Schülerinnen jetzt, dass das nicht nur erlaubt, sondern erwünscht ist, während es andersrum ein Denkfehler ist? Wird dadurch Mathematik nicht komplett zu einem sinnlosen Spiel mit völlig willkürlichen Regeln?

8. Dies und Das

Leider bin ich nicht in der Lage, auch nur ansatzweise Ihre Leistung in ihrer ganzen Länge und Breite zu würdigen (von Tiefe zu sprechen wage ich dann doch nicht); einige Kleinigkeiten seien aber doch noch erwähnt.

Schülerin: *X ist die Anzahl der aufgedeckten Karten, kann also nur die Werte von 1 bis 6 annehmen ...*
Sie: *Hinweis auf Ganzzahligkeit fehlt.*

Manche Zweitkorrektoren scheinen der Meinung zu sein, dass man auch $2\frac{1}{2}$ Karten aufdecken kann. Das erinnert mich an das berühmte "Matt in einem halben Zug" mit Springer und Läufer, bei dem man den Springer anhebt, aber nicht wieder absetzt.

Schülerin: *Eine ganzrationale Funktion 4. Grades $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ hat zweite Ableitung $f''(x) = 12ax^2 + 6bx + c$.*
Wenn man nun $f''(x) = 0$ setzt (um Wendepunkte zu berechnen), wendet man die abc- (Mitternachts-)formel an. Dabei können für x nur zwei Lösungen herauskommen.
Sie: *falsch.*

Natürlich muss es statt "nur" richtig "höchstens" heißen. Aber meinen Sie im Ernst, die Schülerin könnte, wie Sie wohl vermuten, mit "Dabei können für x nur zwei Lösungen herauskommen" gemeint haben "Dabei kommen immer zwei Lösungen heraus"? Die Schlussfolgerung der Schülerin, deswegen könnten nur zwei Wendepunkte existieren, ist nach Ihrer geneigten Meinung ebenfalls falsch, weil es wieder "höchstens" statt "nur" hätte heißen müssen. Hätte die Schülerin dagegen geschrieben, dass es höchstens zwei Wendepunkte sind, wäre es wohl ein Denkfehler gewesen, weil es nicht aus dem vorhergehenden folgt. Wie Sie sehen, bin ich durchaus nicht hoffnungslos lernresistent.

Eine Lösung mit der zentralen Aussage "Die zweite Ableitung ist eine quadratische Funktion, also kann es nur zwei Wendepunkte geben" war ebenfalls *uv*, weil die Schülerin nicht geschrieben hat, dass quadratische Funktionen höchstens zwei Nullstellen haben. Man muss Ihnen aber zugute halten, dass es keinen Abzug gab, wenn Schülerinnen zu schreiben vergessen haben, dass ganzrationale Funktionen 4. Grades dreimal differenzierbar sind. Hoppla: mindestens dreimal differenzierbar natürlich.

Schülerin: $\cos^{-1} = (\frac{1}{\sqrt{10}}) = 71,565°$
(Natürlich ist das Gleichheitszeichen an dieser Stelle Quatsch, und natürlich habe ich das als mangelhafte Fachsprache gekennzeichnet, aber:)
Sie: *Denkfehler.*

Schülerin: $2e^x = 4 \quad | \ln$
Sie: *Denkfehler.*

Den Denkfehler gab's für die korrekte Anwendung des Logarithmus. Vielleicht ist Ihnen die Tatsache verborgen geblieben, dass das durchaus erlaubt ist, solange beide Seiten positiv sind. Und wenn die Schülerin richtig weiter gerechnet hätte, wär's auch was geworden, weil dann links $\ln(2) + x = \ln 4$ steht. Aber vermutlich geht es Ihrem Grünstift wie weiland dem Unterschriftenautomaten von Walter – ich weiß nicht wie meine Unterschrift auf dieses Dokument gekommen ist – Leisler-Kiep, und das Ding schreibt Ds ohne dass Sie es bemerken.

Schülerin: *der Graph von f besitzt bei $f(x) = 5$ eine waagrechte Asymptote.*
Sie: *Denkfehler.*

Schülerin: *Die Ebene E hat Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, die x_1x_2-Ebene $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.*
Sie: *Doppelvergabe eines Bezeichners*

Wenn zwei Ebenen E_1 und E_2 parallel sind und eine dritte gesucht ist, die zwischen diesen beiden liegt, dann schreibt der Lösungsvorschlag "Als Normalenvektor von E_3 kann $\vec{n}$ gewählt werden". Wenn eine Schülerin das schreibt, ist es aber *uv*, weil die Begründung fehlt.

Das gleiche gilt für die Lösung der Wahrscheinlichkeitsaufgabe: Korrekte Lösungen, die sogar noch ausführlicher sind als der Lösungsvorschlag, werden von Ihnen als *uv* bezeichnet. Was soll man da noch sagen? Mir jedenfalls fällt jetzt nichts mehr ein. Nur noch eines vielleicht: Gehe ich recht in der Annahme, dass Sie ein deutscher Beamter sind?