

Unpublished manuscript – written in 1966 and rejected by several journals during 1967 (the usual answer being that "quantum theory does not apply to macroscopic objects"). It was later published in revised and extended form (in English) in the first issue of Foundations of Physics (p. 69, 1970).

## PROBLEME DER QUANTENTHEORIE

H.D. Zeh

Institut für Theoretische Physik

Universität Heidelberg

6900 Heidelberg

### Abstract:

Macro-physics and measurement are discussed in the framework of quantum theory. The assumption of universal validity of quantum theory leads to some strange consequences but explains the reduction of the wave function and the meaning of superselection rules.

## Probleme der Quantentheorie

Die Quantentheorie hat seit ihrer Entdeckung Anlaß zur Diskussion von "Widersprüchen" gegeben; solchen, die durch Weiterverwendung klassischer Begriffe künstlich geschaffen wurden, und anderen, die anscheinend auch heute noch unverstanden sind.

Zur ersten Gruppe dieser Probleme gehören Widersprüche, die auftreten, wenn man Observable, also Meßgrößen, wie Ort und Impuls eines Teilchens, als Eigenschaften des beobachteten Systems betrachtet. Meßgrößen müssen ihrer Natur nach als gemeinsame Eigenschaft des beobachteten Systems und des Meßapparates angesehen werden, und nur, wenn die Rückwirkung des Apparates auf das System vernachlässigbar ist, wird die Meßgröße zu einer approximativen Eigenschaft des Systems selbst. Genau das ist bei mikroskopischen Systemen aber nicht der Fall. Die "Komplementarität" zweier Meßgrößen ist daher auch nur eine Aussage über Meßapparate. Sie drückt die prinzipielle Unmöglichkeit aus, zwei komplementäre Meßapparate zur Messung an einem System gleichzeitig zu realisieren.

Komplementär in diesem Sinn sind etwa auch der Gesamtspin

eines Zweiteilchensystems und die Spinprojektionen der einzelnen Teilchen auf irgendeine Richtung im Raum. Im allgemeinen existiert also der Zustand des einzelnen Teilchens gar nicht - auch wenn die Teilchen räumlich getrennt sind - sondern allenfalls ein Gesamtzustand. Dies ist ein Beispiel für eine wichtige Konsequenz des die Quantentheorie kennzeichnenden Superpositionsprinzips: Die Angabe, daß ein Subsystem des betrachteten Systems (in obigem Beispiel der Spin eines Teilchens) in irgendeinem Zustand ist (ohne Angabe in welchem), bedeutet bereits eine sehr einschränkende Aussage über den Zustand des Gesamtsystems. Offensichtlich gilt diese Konsequenz des Superpositionsprinzips aber auch bezüglich des "Gesamtsystems", wenn es als Subsystem des nächst umfassenderen Systems und schließlich des gesamten Universums betrachtet wird. Es soll aber vorläufig einmal angenommen werden, daß die betrachteten "Gesamtsysteme" vom "Rest des Universums" separieren, also in einem bestimmten Zustand sind. Mindestens für mikroskopische Systeme scheinen solche Situationen realisierbar zu sein.

---

Die zweite Gruppe von Widersprüchen tritt auf bei dem Versuch, den Prozeß der Messung im Rahmen der Quantentheorie zu verstehen. Eine Messung besteht in einer Wechselwirkung zwischen zu messendem System und Meßapparat. Würde man den Zustand des Gesamtsystems vor der Messung ebenso wie den Hamiltonoperator  $H$  des Gesamtsystems kennen, so wäre man im Prinzip in der Lage, den Zustand zu jeder Zeit und damit nach Ablauf des Meßprozesses mit Hilfe der Bewegungsgleichung  $\psi(t) = e^{-iHt}\psi(0)$  zu berechnen. Nun soll aber die Meßgröße nach Ablauf der Messung "makroskopisch realisiert" sein, d.h. ihrerseits ohne merkliche (d.h. makroskopisch merkliche) Beeinflussung des Gesamtsystems beobachtbar (ablesbar) sein. Mindestens der Meßapparat muß also makroskopisch sein. Sein Mikro-

---

Zustand ist dann aber notwendig so kompliziert, daß diese Beschreibung des Meßprozesses undurchführbar bleibt. Aus diesem Grunde konnte die Quantentheorie überhaupt nur erfunden werden, indem der Effekt einer Messung postuliert wurde. Dieses (eigentlich überflüssige) Meßaxiom, das sich empirisch immer wieder bewährt hat, scheint aber in klarem Widerspruch zu der obigen Beschreibung des Meßprozesses zu stehen. Es besagt nämlich (für eine bestimmte Gruppe von Messungen), daß die Messung ein mögliches Ergebnis  $a_n$  mit der Wahrscheinlichkeit  $|c_n|^2$  ergibt, wenn  $\Psi = \sum_n c_n \Psi_n$  die Entwicklung des Zustands des gemessenen Systems vor der Messung nach den Eigenzuständen  $\Psi_n$  eines die Messung phänomenologisch beschreibenden hermiteschen Operators  $A$  (der "Observablen") ist. Damit wird also ein nicht-kausales, statistisches Element eingeführt, das die lineare Bewegungsgleichung  $\Psi(t) = e^{-iHt} \Psi(0)$  - angewandt auf das Gesamtsystem - nicht zu beschreiben vermag.

Zur Aufhebung dieses Widerspruchs sind sehr verschiedene Vorschläge gemacht worden. Sie reichen von Änderungen in den Naturgesetzen (Einschränkung des Superpositionsprinzips durch "Superauswahlregeln", Aufhebung der linearen Bewegungsgleichung, Einführung „versteckter Variabler“ d.h. neuer dynamischer Freiheitsgrade) über reine Erweiterungen des Vokabulariums (mehrwertige Logik) bis zur Revision der erkenntnistheoretischen Grundlagen (subjektivistische Interpretation des Zustandsvektors).

Solche Vorschläge - sofern sie überhaupt sinnvolle Aussagen bedeuten - bedürfen einer Begründung durch zusätzliche empirische Evidenz. Da diese bis heute aussteht - und es andererseits doch sehr merkwürdig wäre, wenn sich z.B. neue Naturgesetze nicht wenigstens als Korrekturen in der Mikrophysik bemerkbar gemacht hätten - muß man solche Theorien vorerst als Spekulationen betrachten.

Andererseits sind gerade in jüngster Zeit wieder Versuche unternommen worden, den Meßprozeß im Rahmen der akzeptierten Quantentheorie zu verstehen. Dabei wird die makroskopische Natur des Meßapparates ausgenutzt und das Meßaxiom als eine statistische Aussage über Ensemble von Messungen verstanden. Die Elemente des Ensembles unterscheiden sich dabei durch die (nicht vollständig der Beobachtung zugänglichen) Mikrovariablen des Meßapparates, die sozusagen die Rolle der "versteckten Variablen" übernehmen.

Formal kann man diese Vorstellung ausdrücken, indem man das Ensemble von Meßapparaten durch eine Dichtematrix  $\sum p_\alpha \phi_\alpha \phi_\alpha^*$  beschreibt, wobei  $\phi_\alpha$  einen Mikrozustand des Meßapparates bedeutet. Befindet sich das gemessene System vorher im Zustand  $\psi = \sum c_n \psi_n$ , so ist die Dichtematrix des Gesamtsystems

$$\rho = \psi \psi^* \sum p_\alpha \phi_\alpha \phi_\alpha^* = \sum_{\alpha, \beta} p_\alpha c_n c_m^* \psi_n \psi_m^* \phi_\alpha \phi_\beta^*$$

Nimmt man für die Messung die v. Neumannsche Wechselwirkung

$$e^{-iHt} \phi_\alpha \psi_n = \sum_{\beta} u_{\alpha\beta}^{\sim}(t) \phi_\beta \psi_n$$

an, die so gewählt ist, daß sie die Messung im Spezialfall  $c_n = \delta_{nn_0}$  richtig beschreibt, so ist die Dichtematrix nach der Messung

$$\rho(t) = e^{-iHt} \rho e^{iHt} = \sum_{\alpha, \beta} p_\alpha c_n c_m^* u_{\alpha\beta}^{\sim} u_{\beta\alpha}^{\sim*} \psi_n \psi_m^* \phi_\alpha \phi_\beta^*$$

Wird nun weiter angenommen, daß die Phasen der Koeffizienten statistisch verteilt sind, so gilt näherungsweise

$$\sum_{\alpha} p_\alpha u_{\alpha\beta}^{\sim} u_{\alpha\beta'}^{\sim*} \approx \delta_{\beta\beta'} q_{\beta\beta'}^{\sim}$$

und damit

$$\rho(t) \approx \sum_n |c_n|^2 \psi_n \psi_n^* \sum_{\beta\beta'} q_{\beta\beta'}^{\sim} \phi_\beta \phi_{\beta'}^*$$

Das ist aber genau die Aussage des Meßaxioms, falls die Dichte-

matrix  $\sum_{\alpha\alpha'} g_{\alpha\alpha'} \phi_{\alpha} \phi_{\alpha'}^*$  nur Mikrozustände enthält, die einer Zeigerstellung  $n$  entsprechen.

Gegen diese Deutung des Meßprozesses kann man jedoch ein Argument anführen, das am eindringlichsten von Wigner formuliert wurde. Betrachtet man nämlich eine einzelne Messung (fester Index  $\alpha$ ), so ist der Zustand nach der Messung

$$e^{-iHt} \phi_{\alpha} \psi = \sum_{\alpha\beta} c_{\alpha\beta} u_{\alpha\beta}^{\sim} \psi_{\alpha} \phi_{\beta}$$

Wenn nun  $\sum_{\alpha} u_{\alpha\beta}^{\sim} \phi_{\alpha}$  einen Mikrozustand zur Zeigerstellung  $n$  bezeichnet, so enthält der Endzustand Superpositionen von makroskopisch verschiedenen Zuständen. Solche sind aber nie beobachtet worden, mehr noch, unser makroskopisches Weltbild enthält gar keine Interpretationsmöglichkeit für sie.

Um diesem Einwand zu entgehen, sind andere statistische Deutungen vorgeschlagen worden, die davon ausgehen, daß der Meßapparat bei der Ablesung unvollständig bestimmt wird. Dabei wird insbesondere die makroskopisch realisierte Meßgröße als Zeitmittelwert definiert, so daß zunächst dieses Zeitmittel über das Ergodentheorem auf Zustandsmittel zurückgeführt werden muß. Diese Theorien beweisen jedoch nicht, was sie zu beweisen vorgeben, sondern statt dessen, daß der Zeiger zeitlich zwischen verschiedenen Stellungen fluktuiert, also offensichtlich etwas Unsinniges .

Wie ist es nun möglich, daß die statistischen Theorien zu unsinnigen Ergebnissen führen, oder in Widerspruch mit Wigners Einwand stehen? Vermutlich deshalb, weil sie Zirkelschlüsse enthalten. Sie benutzen nämlich das Meßaxiom entweder direkt durch Verwendung der

Wahrscheinlichkeitsinterpretation oder indirekt durch Verwendung des Dichtematrixformalismus. Die letzte Behauptung muß noch erklärt werden.

Bei realistischer Interpretation des Zustandsvektors wäre ein statistisches Gemisch dadurch zu beschreiben, daß man jedem möglichen Zustandsvektor  $\Psi$  eine Wahrscheinlichkeit  $p(\Psi)$  zuordnet. In einer speziellen Darstellung  $\Psi = \sum_n c_n \psi_n$  kann  $p$  auch als Funktion der Koeffizienten  $c_n$  aufgefaßt werden:  $p(c_n)$ . Nach dem Meßaxiom ist der Erwartungswert einer Observablen  $A$  für den reinen Zustand  $\langle \Psi | A | \Psi \rangle$  und demnach für ein Gemisch

$$\int d\Psi p(\Psi) \langle \Psi | A | \Psi \rangle \equiv \int dc_1 \dots dc_\infty p(c_n) \sum_{m,n'} c_m c_{n'}^* \langle \psi_m | A | \psi_{n'} \rangle$$
$$= \sum_{m,n'} f_{mn'} \langle \psi_m | A | \psi_{n'} \rangle$$

mit

$$f_{mn'} = \int dc_1 \dots dc_\infty p(c_n) c_m c_{n'}^*$$

Die Dichtematrix  $f_{mn'}$  enthält also sehr viel weniger Information als die Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(c_n)$ . So besitzt beispielsweise ein Strahl aus mit gleicher Wahrscheinlichkeit nach oben und unten bezüglich der z-Achse polarisierten Elektronen die gleiche Dichtematrix wie ein solcher mit entsprechender Gleichwahrscheinlichkeit bezüglich der x-Achse. (Beide heißen unpolarisiert.) Bei realistischer Interpretation sind die beiden Ensemble aber offensichtlich verschieden. Um den Dichtematrixformalismus zu benutzen, setzt man also entweder das Meßaxiom voraus, oder man ersetzt die realistische Interpretation ("der Zustandsvektor ist ein Abbild der Wirklichkeit") durch eine andere ("die Menge aller bilinearen Funktionale auf dem Zustandsvektor ist ein Abbild der Wirklichkeit").

---

Man kann diese statistische Betrachtung nicht einmal als Konsistenzbeweis des Meßaxioms ansehen. Denn dazu müßte man die Ablesung als Messung im Sinne des Meßaxioms interpretieren, d.h. nicht im Einklang mit der Annahme, daß die Meßgröße nach der ursprünglichen Messung makroskopisch realisiert ist.

---

Im Zusammenhang mit dem Meßprozeß muß man also notwendigerweise auch die Makrophysik im Rahmen der Quantentheorie zu verstehen suchen. Diese ergibt sich keineswegs einfach durch einen Grenzübergang  $\hbar \rightarrow 0$  - eine Änderung von  $\hbar$  würde vielmehr nur die Grenze zwischen Mikro- und Makrophysik verschieben. Insbesondere muß die eingangs angeschnittene Frage wieder aufgegriffen werden, inwieweit die Zustände zweier Systeme separieren können, d.h. der Gesamtzustand  $\Psi$  als  $\Psi_1 \cdot \Psi_2$  geschrieben werden darf. Nun kann man sich überlegen, daß das Energiespektrum eines makroskopischen Systems normalerweise so dicht liegt, daß die geringe Wechselwirkung zwischen zwei makroskopischen Systemen auch bei deren räumlicher Trennung den Zustand der Systeme innerhalb sehr kurzer Zeit korreliert, auch wenn er zu einer bestimmten Anfangszeit separiert gewesen wäre. Das bedeutet aber, daß der Mikrozustand eines Makrosystems gar nicht existiert. Es kann höchstens ein Zustandsvektor für das ganze Universum existieren.

---

Wenn zwei Systeme nicht einzeln in einem bestimmten Zustand sind, wird aber auch der mit der Messung oder Beobachtung verknüpfte Begriff der Informationsübertragung zwischen zwei Systemen sehr problematisch. Diese Bemerkung schließt auch den bewußten Beobachter als System ein, falls man sich Bewußtseinsinhalte



physikalisch realisiert vorstellt.

Wie können wir dann überhaupt Systeme als solche unterscheiden? Wenn man den korrelierten Zustand zweier Systeme (von denen eines gegebenenfalls der "Rest des Universums" ist) in der allgemeinen Form  $\Psi = \sum_{n_1, n_2} C_{n_1, n_2} \Psi_{n_1}^{(1)} \Psi_{n_2}^{(2)}$  schreibt, so besitzen die Systeme immerhin dann noch definierte Makrozustände, wenn die Summen über  $n_1$  und  $n_2$  auf solche Quantenzahlen beschränkt bleiben, deren Zustände  $\Psi_{n_1}^{(1)}$  bzw.  $\Psi_{n_2}^{(2)}$  gleichen Makrozuständen entsprechen. Tatsächlich sind makroskopisch verschiedene Zustände schwierig zu korrelieren, da die Matrixelemente des Hamiltonoperators zwischen solchen Zuständen bei großer Teilchenzahl extrem klein werden. (H enthält im wesentlichen nur Ein- und Zweiteilchenoperatoren.) So kann z.B. ein an irgendeinem Ort befindliches Makro-Objekt kein Eigenzustand des Impulsoperators und demnach auch nicht des Hamiltonoperators sein. Die Mikrozustände des Objekts müssen daher zeitabhängig sein, der Schwerpunkt des Systems muß einer Dispersion unterliegen. Wegen der Kleinheit der Matrixelemente von H wäre diese Dispersion aber erst nach Zeiten merklich, die sehr groß gegen das "Weltalter" sind. Dies scheint der wesentliche Unterschied zwischen Mikro- und Makrophysik zu sein. In diesem Sinne ist z.B. auch das Molekül eines rechts- oder linksdrehenden Zuckers bereits makroskopisch, da beide erst nach sehr großer Zeit merklich ineinander übergehen würden. Man muß akzeptieren, daß auch Bewußtseinsinhalte höchstens makroskopisch realisiert sein können, sofern sie in einem Organismus lokalisiert angenommen werden.

Es scheint also, als könne man die Frage nach dem Nichtauftreten von Superpositionen makroskopisch verschiedener Zustände durch die Anfangsbedingung verstehen: Waren solche Superpositionen

zu Beginn des Universums nicht vorhanden, so können sie auch heute nicht auftreten.

Aber wiederum ist es Wigners Einwand, der diese Vorstellung widerlegt. Denn die v. Neumannsche Wechselwirkung führt zu solchen Superpositionen. (Man muß nach den obigen Betrachtungen die Zustände  $\phi_k$  des Meßapparates nun als solche des "Restes des Universums" verstehen.)

Wie kann man diese Superpositionen aber interpretieren? Wenn sich (z.B. durch eine Messung) eine Superposition von (der Einfachheit halber) zwei Zeigerstellungen gebildet hat ( $\Psi = c_1 \psi_1 + c_2 \psi_2$ ), so werden sich die Zustände  $\psi_1$  und  $\psi_2$  danach praktisch unabhängig voneinander zeitlich entwickeln, da das Matrixelement  $\langle \psi_1 | H | \psi_2 \rangle$  verschwindend klein ist. Man hat es daher nach der Messung mit zwei praktisch voneinander unabhängigen "Welten" zu tun. Es erscheint unmöglich, dieser Konsequenz zu entgehen, solange man die universale Gültigkeit der Quantentheorie akzeptiert. Diese beiden Welten unterscheiden sich makroskopisch - den beobachtenden Organismus eingeschlossen. Man muß es aber als Erfahrung hinnehmen, daß "das" Bewußtsein nur in jeweils einer dieser Welten realisiert ist. Diese ~~Fest~~stellung ist ähnlich derjenigen, die uns sagt, daß das Bewußtsein jeweils in einer Person realisiert ist. Den Zustand dieser Teilwelt kann man aber in sehr guter Näherung durch  $\psi_1$  oder  $\psi_2$  allein beschreiben. Das ist die "Reduktion der Wellenfunktion"! In diesem Sinne würde Schrödingers Experiment mit der Katze die Welt in ein Kontinuum von Welten aufspalten, in deren jeder die Katze zu einer anderen Zeit gestorben ist.

Wegen ihrer Unbeobachtbarkeit kann man die Existenz der übrigen Teilwelten natürlich leugnen. Sie existieren im gleichen Sinne wie alle "heuristischen Fiktionen" der Physik.

Die realistische Interpretation einer universal gültigen Quantentheorie führt also dazu, daß Superpositionen zweier Zustände dann nicht beobachtbar sind, wenn der Unterschied ihrer Wechselwirkungen mit dem "Rest der Welt" effektiv genug ist, um den Zustand makroskopisch zu fixieren. Insbesondere haben Zustände, die sich durch die Ladungszahl unterscheiden, eine hinreichend verschiedene Wechselwirkung mit der Umwelt, um stets "automatisch gemessen" zu werden. Das erklärt die Superauswahlregeln, die Superpositionen zwischen solchen Zuständen verbieten. Auch zwei Komponenten eines zerfallenden Systems, die sich durch eine makroskopische Differenz in der Zerfallszeit unterscheiden, werden automatisch durch Messung getrennt, (d.h. die Zerfallszeit wird unmittelbar nach der Messung makroskopisch fixiert).

Betrachtet man ein Universum, das unter einer bestimmten Symmetrietransformation  $U_\Omega$  nicht invariant ist ( $U_\Omega \Psi \neq \Psi$  für  $\Omega \neq 0$ ), so kann man formal ein invariantes Universum durch  $\Psi_0 = \int d\Omega U_\Omega \Psi$  konstruieren. Die Zustände  $\Psi$  und  $\Psi_0$  sind aber nicht durch direkte Beobachtung zu unterscheiden, da jede Komponente  $U_\Omega \Psi$  eine makroskopisch verschiedene Teilwelt darstellt.

Nimmt man Invarianz gegen Zeitumkehr an, so ergibt sich auch die Möglichkeit einer "Vereinigung von Welten". Es würde hier zu weit führen, die Konsequenzen dieser Möglichkeit zu diskutieren.